Основные понятия (временные ряды)

1. ***Стационарный временной ряд*** – случайный процесс X_t, у которого $\mathbf{E}(X_t) = \mu \equiv \mathbf{const}$; $\mathbf{D}(X_t) = \sigma^2 \equiv \mathbf{const}$; $\mathbf{Corr}(X_t;\ X_{t+\tau}) = \rho(\tau)$ для любых t и τ.

2. ***Белый шум*** – стационарный временной ряд ε_t, $t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ у которого $\mathbf{E}(\varepsilon_t) = 0$, $\mathbf{D}(\varepsilon_t) = \sigma^2 > 0$, $\mathbf{Corr}(\varepsilon_t;\ \varepsilon_s) = 0$, для любых $t \neq s$.

3. ***Уравнение процесса авторегрессии AR(p)***:
$$X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + a_2 X_{t-2} + \cdots + a_p X_{t-p} + \varepsilon_t; \quad a_p \neq 0$$

4. ***Уравнение сезонной авторегрессии первого порядка SAR(1) для квартальных данных***:
$$X_t = a_s X_{t-4} + \varepsilon_t$$

5. ***Уравнение сезонной авторегрессии первого порядка SAR(1) для месячных данных***:
$$X_t = a_s X_{t-12} + \varepsilon_t$$

6. ***Коррелограмма процесса AR(1)***:
$$\mathbf{Corr}(X_t;\ X_{t+\tau}) = \rho(\tau) = a_1^{\tau}$$

7. ***Уравнение процесса скользящего среднего MA(q)***:
$$X_t = \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + b_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + b_q \varepsilon_{t-q}; \quad b_q \neq 0$$

8. ***Коррелограмма процесса MA(1)***:
$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1; & \text{при } \tau = 0 \\ \left(\dfrac{b}{1+b^2}\right); & \text{при } \tau = 1 \\ 0; & \text{при } \tau > 1 \end{cases}$$

9. ***Условие стационарности процесса ARMA(p, q)***: Все алгебраические корни характеристического уравнения $P_p(z) = 0$ по модулю больше единицы $|z| > 1$, где уравнение процесса ARMA(p, q): $P_p(\hat{L})X_t = Q_q(\hat{L})\varepsilon_t$.

10. ***Условие обратимости процесса MA(q)***: Все корни характеристического уравнения $Q_q(z) = 0$ по модулю больше единицы $|z| > 1$, где уравнение процесса MA(q): $X_t = Q_q(\hat{L})\varepsilon_t$.

11. ***Автокорреляция AC***: для стационарного временного ряда – коэффициент корреляции случайных величин X_t и $X_{t+\tau}$, $\rho(\tau) = \mathbf{Corr}(X_t;\ X_{t+\tau})$.

12. ***Частная автокорреляция PAC***: для стационарного временного ряда – значение $\rho_{part}(\tau)$ коэффициента корреляции между случайными величинами X_t и $X_{t+\tau}$, очищенного от опосредованного влияния через промежуточные случайные величины $X_{t+1}, X_{t+2}, \ldots, X_{t+\tau-1}$.

13. ***Автокорреляционная функция ACF***: для стационарного временного ряда X_t – последовательность его автокорреляций $\rho(\tau) = \mathbf{Corr}(X_t, X_{t+\tau})$, $\tau = 1, 2, 3, \ldots$

14. ***Частная автокорреляционная функция PACF***: для стационарного временного ряда X_t – последовательность частных автокорреляций $\rho_{part}(\tau)$, $\tau = 1, 2, 3, \ldots$

15. ***Выборочная автокорреляционная функция SACF*** – последовательность автокорреляций $r(k)$, $k = 1, 2, 3, \ldots$, построенных по имеющейся реализации временного ряда.

16. ***Оператор запаздывания*: $\hat{L}^k X_t = X_{t-k}$.**

17. ***Дифференцирование временного ряда*** – переход от ряда X_t к ряду разностей $X_t - X_{t-1}$.

18. ***Оператор дифференцирования временного ряда*** – оператор Δ, переводящий ряд X_t в ряд разностей $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$.

19. ***Временной ряд типа ARIMA(p, k, q)*** – интегрированный временной ряд, который в результате *k*-кратного дифференцирования приводится к *стационарному* ряду ARMA(*p*, *q*).

20. ***Передифференцированный временной ряд*** – ряд, полученный в результате дифференцирования TS-ряда.

21. ***Эффект Слуцкого*** – эффект образования ложной периодичности (дополнительной корреляции) при дифференцировании ряда, стационарного относительно детерминированного тренда.

22. ***Процесс случайного блуждания***: $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$.

23. ***Процесс случайного блуждания со сносом (дрейфом)***: $X_t = \alpha + X_{t-1} + \varepsilon_t$.

24. ***Стохастический тренд*** – временной ряд Z_t, для которого $Z_t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_t$ (процесс случайного блуждания, «выходящего из начала координат», $Z_0 = 0$)

25. ***Класс TS временных рядов*** – ряды, становящиеся стационарными после вычитания из них детерминированного тренда.

26. ***Класс DS временных рядов*** – нестационарные временные ряды, которые *не относятся к классу TS-рядов*, и которые приводятся к стационарным рядам однократным или многократным дифференцированием.

27. ***Гипотеза единичного корня*** – гипотеза о наличии у авторегрессионного полинома $P_p(z)$ хотя бы одного корня равного единице для модели ARMA(*p, q*): $P_p(\hat{L})X_t = Q_q(\hat{L})\varepsilon_t$.

28. ***Информационный критерий Акаике***: Среди альтернативных значений порядка модели авторегрессии выбирается значение, минимизирующее параметр

$$\mathrm{AIC}(k) = \ln \sigma_k^2 + k\frac{2}{T} = \ln\left(\frac{RSS}{T}\right) + k\frac{2}{T}$$

29. ***Информационный критерий Шварца***: Среди альтернативных значений порядка модели авторегрессии выбирается значение, минимизирующее параметр

$$\mathrm{SIC}(k) \equiv \mathrm{BIC}(k) = \ln \sigma_k^2 + k\frac{\ln T}{T} = \ln\left(\frac{RSS}{T}\right) + k\frac{\ln T}{T}$$

30. ***Статистика Бокса–Пирса*** используется для проверки гипотезы о том, что наблюдаемые данные являются реализацией процесса белого шума

$$Q = T\sum_{t=1}^{M} r^2(t) \sim \chi^2(M-k),$$

где $r(t)$ – выборочные автокорреляции; при больших T статистика имеет распределение $\chi^2(M-k)$, k – количество связей (параметров модели).

31. ***Статистика Льюнг–Бокса*** используется для проверки гипотезы о том, что наблюдаемые данные являются реализацией процесса белого шума

$$Q = T(T+2)\sum_{t=1}^{M}\frac{r^2(t)}{T-t} \sim \chi^2(M-k)$$

где $r(t)$ – выборочные автокорреляции; при больших T статистика имеет распределение $\chi^2(M-k)$, k – количество связей (параметров модели).

32. ***Критерии Дики–Фуллера*** – группа статистических критериев для проверки гипотезы единичного корня в рамках модели

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \varphi X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1}\theta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

где параметры α, β и γ могут быть равными 0. Полученные при оценивании этих статистических моделей значения *t*-статистик параметра φ (t_φ для проверки гипотезы H_0: $\varphi = 0$), сравниваются с критическими значениями $t_{\text{крит}}$, зависящими от выбора статистической модели. Гипотеза единичного корня отвергается, если $t_\varphi < t_{\text{крит}}$ $(|t_\varphi| > |t_{\text{крит}}|)$.

33. ***Процедура Кохрейна***: Процедура различения TS- и DS-рядов, основанная на анализе поведения отношения дисперсий

$$VR_k = \frac{1}{k}\cdot\frac{\mathrm{D}(X_t - X_{t-k})}{\mathrm{D}(X_t - X_{t-1})}.$$

Ряд относится к типу DS, если $VR_k \to 1$.

34. ***Коинтегрированные временные ряды*** – группа нестационарных временных рядов, для которой существует нетривиальная линейная комбинация этих рядов, являющаяся стационарным рядом: $X_t \sim I(1)$, $Y_t \sim I(1)$, для которых существует такое β, что ряд

$$Z_t = Y_t - \beta X_t \sim I(0).$$

35. ***Ранг коинтеграции*** – максимальное количество линейно независимых коинтегрирующих векторов для заданной группы рядов.

36. ***Панельные данные*** – данные $\{y_{it};\ x_{it};\ i = 1, 2 \ldots N; t = 1, 2, \ldots T\}$ о значениях переменных Y и X для N субъектов в T последовательных моментов времени (периодов).

37. ***Сбалансированная панель*** – в каждый из T моментов времени имеются данные обо всех N субъектах, участвующих в анализе; ***Несбалансированная панель*** – разное количество наблюдений для разных субъектов.

38. ***Модель пула*** – модель панельных данных: $y_{it} = \mu + \theta x_{it} + u_{it}$, где $\theta = \mathbf{const}$.

39. ***Модель со случайными эффектами*** – модель панельных данных: $y_{it} = \mu + \beta x_{it} + (\alpha_i + u_{it})$, в которой эффекты субъекта α_i рассматриваются как случайные.

40. ***Модель с фиксированными эффектами*** – модель панельных данных, в которой эффекты субъекта α_i рассматриваются как фиксированные (определенные специфическими свойствами субъектов); при построении модели методом МНК, определяются коэффициенты уравнения

$$y_{it} = \sum_{j=1}^{N}\alpha_j \delta_{ij} + \beta x_{it} + u_{it};\ \delta_{ij} = \begin{cases}1;\ i = j\\ 0;\ i \neq j\end{cases}$$